

長期間派遣成果報告

回転電磁流体乱流に関する研究

Study on rotating magnetohydrodynamic turbulence

東京大学大学院理学系研究科 櫻庭 中

Graduate School of Science, University of Tokyo Ataru SAKURABA

派遣期間 2006年11月19日～2007年9月30日
November 19, 2006 – September 30, 2007

研究機関 Institute of Geophysics and Planetary Physics, University of California, Los Angeles
Los Angeles, CA 90095, USA

研究指導者 Prof. Paul H. Roberts

Summary

Paleomagnetic data show that the power spectrum of the geomagnetic dipole moment is respectively proportional to $f^{-5/3}$ in intermediate and to $f^{-11/3}$ in higher frequency ranges, where f is frequency. Computer simulations of geodynamo indicate that the characteristic spectrum of the geomagnetic field reflects the wavenumber spectrum of turbulent kinetic energy near the core surface. This character is further checked by more realistic numerical simulations of thermal convection and geodynamo with lower-viscosity fluids. The results show that large-scale columnar vortices tend to remain deep inside the core, although small-scale vortices develop especially around the equator of the core surface because of low viscosity. The characteristic frequency spectrum of the magnetic field is caused by oscillatory behavior of the large-scale vortices, which is also observed in turbulent thermal convection of a non-magnetic and non-rotating fluid. The Strouhal number calculated from the frequency, size and mean velocity is about 0.25 in both cases. Further studies are needed to understand why the 5/3 spectrum comes along in spite of rotational and magnetic constraints, and whether the large-scale vortices tend to remain in the case of much less viscous fluids like in the Earth's core.

本文

地球の磁場は、さまざまな時空間スケールで変動している。そのうち太陽活動などによる明らかな外部起源のものを除けば、これら磁場変動は、地球の液体金属コアの乱流運動と、そこで生じる磁場生成（ダイナモ）作用の複雑なふるまいに起因している。本研究の大きな目的は、回転電磁流体としてのコアの乱流運動の性質を知り、それが観測可能な地磁気変動にどのように反映されるのかを明らかにすることである。

まずわたくしは、古地磁気データなどから得られる地磁気双極子モーメントの時間変動に着目し、そのパワースペクトルに変動周期の $11/3$ 乗および $5/3$ 乗に比例する 2 つの領域が、数万年よりも短い周期で見られること、さらにそれがコア表面付近の方位角（経度）方向の乱流運動エネルギースペクトルと関係づけられるかもしれないことを指摘した (A. Sakuraba and Y. Hamano, *Geophys. Res. Lett.* **34**, L15308, 2007)。具体的には、その運動エネルギースペクトルはある特徴的波数でピークをもち、高波数側では $m^{-5/3}$ に、また低波数側では $m^{1/3}$ にそれぞれ比例することが、地球型ダイナモの数値シミュレーションの結果から示唆された (m は方位角方向の波数)。

この研究は、事実上観測不可能なコア乱流の空間スペクトルを、観測可能な磁場変動の時間スペクトルをもちいて推定するための物理的根拠を与えた点で、意義がある。しかしそこには 2 つの克服すべき問題がある。ひとつは、コアの中では磁気エネルギー密度が対流の運動エネルギー密度に比べて 1000 倍以上も大きいものに対して、シミュレーションではそれがせいぜい数倍程度でしかなく、ダイナミクスを正しくあらわしていない懸念があることである。その根本的な原因は、数値計算上の制約から、地球ほどの高速な自転速度を再現できなかったことにある。もうひとつの問題は、コアを構成する液体金属鉄の粘性率が、磁気拡散率にくらべて数桁も小さいのに対し、シミュレーションではそれらを同程度にしてしまった点である。また一般に液体金属では粘性率は熱拡散率に比べても 1 桁程度小さいが、シミュレーションでは簡単のためこの比率を 1 にしてしまっていた。要するに、

地球のコアの極端に低い粘性率が、これまでの数値計算では再現されていなかった。

こうした問題を解決し、地球のコアの乱流を真に理解するための一歩として、まず粘性率が熱拡散率に比べて1桁以上小さい流体に対して、レイリー・ベナール対流の数値シミュレーションをおこなった。このような研究はきわめて基礎的なものではあるが、とくに液体金属をもちいた室内実験との比較という点では、これまであまりじゅうぶんになされてこなかった。具体的にはアスペクト比1:1:4の箱の中の熱対流運動を解いた。計算の結果、浮力の大きさの指標となる無次元数であるレイリー数が 10^5 程度かそれ以下のパラメーター領域では、アスペクト比1程度の大規模な対流セルが流体層内に生じ、それらが特徴的な周期で振動するのが観察された (Figure 1)。

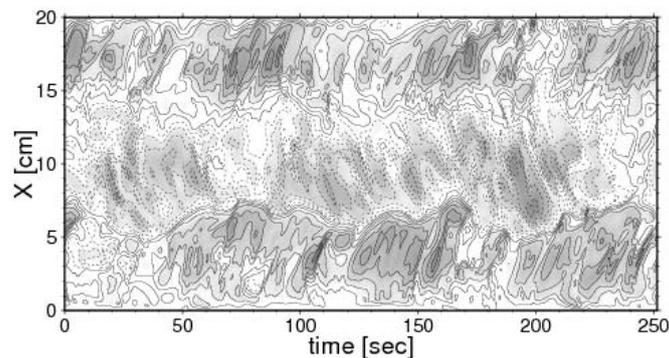


Figure 1: Velocity profile obtained from a numerical simulation of Rayleigh-Benard convection of liquid gallium filled in a box of 20 cm x 5 cm x 5 cm. The x -component of velocity at constant y and z is shown as a function of x and time by both contour lines and shades, where (x, y, z) are the Cartesian coordinates. Solid (broken) contour lines represent positive (negative) values. The contour interval is 1 mm/s. The maximum Reynolds number is about 10^3 . There are three large-scale convection cells oscillating with a characteristic time scale of about 10 seconds.

この計算結果は、他のグループによっておこなわれている液体ガリウムをもちいた室内実験での測定結果と調和的である。このとき、振動周期、対流セルの大きさおよび平均流速から計算される無次元数であるストローハル数は約0.25で、物体背後のカルマン渦列など、

他の流体力学的振動現象と共通の特徴をもっていた。計算結果の解析から、薄い境界層が剥がれて小さな渦が生成し、それが大規模流に巻き込まれる際に、渦と大規模対流セルとがリコネクションを起こす、その一連の過程が完結するのに要する時間が、系全体の時定数を決めていることが示唆された。ところで古地磁気データにみられた地磁気双極子モーメントの $11/3$ 乗および $5/3$ 乗の 2 つのスペクトルは、まさに同じストローハル数から算出される振動周期のところで交差する。この事実は、ここでおこなった単純な熱対流の系と、地球のコア内の乱流とが、共通の物理過程を内包している可能性を示唆する。

つぎに地球型のダイナモについて、粘性率を磁気拡散率の 0.2 倍程度まで小さくした場合にどのような特徴があらわれるかを数値シミュレーションによって調べた。同時に、生成される磁気エネルギーの大きさを維持するため、系の自転速度もできる限り大きくした。双極子モーメントの時間スペクトルは、すでに得られている結果と調和的であった。また流体球殻内のうち、磁気エネルギー密度が運動エネルギー密度に比べて大きい領域が、内核に近い、より深い部分に局在していることが特徴的であった。その結果、流体球の表面、とくに赤道付近では、高波数の対流セルが顕著にみられるいっぽう、内核に近いより深い領域では、空間スケールの大きな渦構造がみられた (Figure 2)。

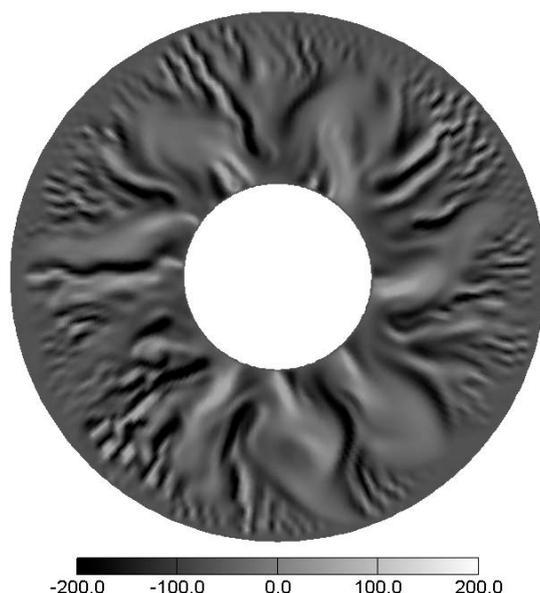


Figure 2: Velocity structure on the equatorial plane obtained from a numerical simulation of a low-viscosity geodynamo model. The fluid spherical shell rotates counterclockwise. The radial velocity is shown by shades. The gray scale represents the magnetic Reynolds number. A number of large-scale broad velocity structures are seen near the solid inner core, where the magnetic energy density is larger than the kinetic energy density.

以上の結果から、回転電磁流体としてのコアの乱流について、次のような解釈を与えることができる。まず一般に、磁場の効果がない場合、自転速度の速い系では、生じる対流セルは、自転軸方向に細長く伸びた回転円筒がいくつも並んだような形態を示す。流れ場は、方位角方向には高波数で、その空間スケールはきわめて小さい。しかしダイナモ作用が働いて、強い磁場を自ら生成すると、それら高波数の対流渦と同時に、流体層のサイズと同程度の、大規模な対流渦も共存するようになる。こうした大規模流が存在するところでは、磁気エネルギーの大きさが運動エネルギーに比べて大きい。またそこでは、ローレンツ力と自転に起因するみかけ上の力であるコリオリ力が相殺し、結果的に、自転の影響も、磁場の影響もともにない、通常のレイリー・ベナール対流の流れと共通の性質があらわれる。このとき対流セルの振動に関するストローハル数は 0.25 程度で、磁場の時間スペクトルの折れ曲がりとうまく説明することができる。

これまでおこなった地球ダイナモの数値シミュレーションでは、依然として、粘性率は磁気拡散率の 0.2 倍に過ぎず、実際のコアの状況とはかけ離れている。また磁気エネルギーと運動エネルギーの比もまだ数倍程度しか実現できていない。今回行った研究から、回転電磁流体の乱流の性質について、ある程度の推察はおこなうことができたが、今後は、より実際のコアの状況に近い、極端に粘性の低い流体の乱流を再現する努力が必要である。その実現のために、本研究計画では、直方体の箱の中の回転電磁流体の対流計算をおこなうことにしていたが、計算プログラムの開発の遅れにより、まだ実現できていない。流れを駆動する力として、速度の回転軸方向の成分に比例するような力を人工的に与え、計算量を削減するアイデアを本研究期間中に得たので、その方針に従って研究を継続したい。

また一様等方乱流で予測される $5/3$ 乗スペクトルと同様のエネルギースペクトルが、なぜ回転電磁流体の乱流にもあらわれるかについての理論的な解釈もまだ不十分であり、計算結果をもとに考察する必要がある。