

ボーズ・アインシュタイン凝縮相の繰り込み理論

Renormalization-Group Theory of Bose-Einstein Condensates

北海道大学 北 孝文

自発的な連続対称性の破れに関するゴールドストーンの定理によると、ボーズ・アインシュタイン凝縮 (Bose-Einstein condensation、略して BEC) 相には、励起エネルギーがゼロから連続的に立ち上がる励起モードが存在するはずである。このモードは、広く一般に、長波長で音波の分散関係を持つボゴリューボフ・モードであると考えられてきた。しかし、弱結合理論であるボゴリューボフ理論を出発点として相互作用に関する摂動展開を行うと、赤外発散のため計算が破綻し、意味のある結果が得られない。ある時ふと、「この赤外発散は、二次相転移における平均場近似からの摂動展開に現れる赤外発散と同様に、物理的に本質的な意味・帰結を持つのではないか?」と思い至った。本講演では、この着想に基づく研究結果¹⁻³⁾を報告する。

BEC 相は、同種ボーズ粒子系の低温で実現する相で、1925 年にアインシュタインにより理論的に予言された。その顕著な特徴の一つは、純粋な量子効果により、相互作用がなくても転移が起こりうる点にある。1995 年に理想ボーズ気体に近い系が原子気体で実現され、その後、実験・理論両面における BEC 研究の奔流が生じた。その中で、特に、相互作用がある系での BEC が、巨視的コヒーレンスと超流動性の発現をもたらすことも明瞭になった。この相互作用する BEC 相、特に一様 BEC 相の理論的記述がここでの主題である。相互作用のない「理想ボーズ気体」の熱力学的性質は、理論的によく理解されている。しかし、相互作用が少しでも入ると、問題が非常に難しくなる。例えば、グリーン関数を用いた場の量子論的記述には、「赤外発散」や「非物理的なエネルギーギャップの出現」などの困難が現れ、微視的計算ができない。

結果をまとめると、次のようになる。第一に、汎関数繰り込み群の方法に基づいて、 n 点パーテックス $\Gamma^{(n)}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) に関する厳密な繰り込み群方程式を導出した。この方程式は、ゴールドストーンの定理を自動的に満たすという利点がある。第二に、この方程式に基づいて、相互作用定数 g_Λ の赤外カットオフ波数 Λ 依存性を調べた。その結果、 g_Λ が、4 次元以下 (有限温度) もしくは 3 次元以下 (絶対零度) において、 $\Lambda \rightarrow 0$ の極限でゼロに近づくことを示した。これは、ボゴリューボフ理論の予言である「一粒子励起は長波長で音波の分散関係を持ち、その音速は (裸の) 相互作用定数 g_0 の平方根に比例する」を覆す結果である。相互作用が励起端でゼロになるのであるから、ボゴリューボフ励起は厳密な意味では存在しない。読者はこの結論を受け入れ難く思われるかもしれない。しかし、絶対零度での結果は「ネボムニャシー恒等式」とも呼ばれ、すでに 1975 年に得られていた。後年の複数の研究でもその結果が再現されている。第三に、有限温度における一粒子密度行列 $\rho^{(1)}(r)$ が、臨界次元 $d_c=4$ 以下において、 $\rho^{(1)}(r) \rightarrow n_0 + Cr^{-d+2+\eta}$ のように、異常次元 $\eta > 0$ を伴って、非対角長距離秩序の値である凝縮粒子密度 n_0 に近づくことを予言した。ここで C は定数である。さらに、臨界次元 $d_c=4$ 直下の η が、 $\varepsilon=4-d$ を用いて、 $\eta = 0.181 \varepsilon^2$ と表せることを示した。この表式は、三点パーテックス $\Gamma^{(3)}$ 等の出現により、この系の相転移点における異常次元の値 $\eta = 0.02 \varepsilon^2$ と異なる値となっている。有限の η は、BEC 相の極低温における熱力学的性質に、種々の非解析性をもたらすことも予言⁴⁾できる。

【参考文献】

- 1) T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 88, 054003 (2019).
- 2) T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 88, 104003 (2019).
- 3) 北 孝文, 「ボーズ・アインシュタイン凝縮相の繰り込み理論」, 固体物理 65, 103, (2019).
- 4) T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 88, 085002 (2019).